3 SEM FYUGP MINMTH3

2024

(December)

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MINMTH 3

(Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. (a) $M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = 0$ সমীকৰণটো যথাৰ্থ অৱকলীয় সমীকৰণ হোৱাৰ আৱশ্যকীয় চৰ্ত লিখা। 1

Write the necessary condition for the equation $M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = 0$ to be exact differential equation.

(b) অৱকল সমীকৰণৰ অনুকল উৎপাদক বুলিলে কি বুজা? 1

What do you mean by integrating factor of a differential equation?

(c) পৰিদৰ্শন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ অৱকলীয় সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 2

Solve by the method of inspection of the following differential equation :

$$x\,dy - y\,dx = x^2\,y\,dy$$

(d) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : 4×2=8

Solve any *two* :

(i) $(x+2y-2)\,dx+(2x-y+3)\,dy=0$

(ii) $(x^2y-2xy^2)\,dx-(x^3-3x^2y)\,dy=0$

(iii) $(x^2+y^2+x)\,dx+xy\,dy=0$

(iv) $(1+xy)\,y\,dx+x(1-xy)\,dy=0$

2. (a) প্ৰথম ক্ৰম আৰু চাৰি ঘাতৰ অৱকলীয় সমীকৰণ এটা লিখা। 1

Write a differential equation of order one and degree four.

(b) তিনিটা অৱকলনীয় ফলনৰ ৰনস্কীয়ানৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define Wronskian of three differentiable functions.

(c) ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল দুটা ফলন লিখা আৰু দেখুওৱা যে সিহঁত ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল। 2

Write two linearly dependent functions and show that they are linearly dependent.

(d) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা, য'ত $p=\frac{dy}{dx}$: 3×2=6

Solve any *two*, where $p=\frac{dy}{dx}$:

(i) $p^2-7p+12=0$

(ii) $y=2px+p^2y$

(iii) $y+px=x^4p^2$

(e) দেখুওৱা যে $y''-3y'+2y=0$ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান হ'ল $y=c_1e^x+c_2e^{2x}$, আৰু $y(0)=-1$, $y''(0)=1$ ৰ বাবে বিশেষ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা। 5

Show that $y=c_1e^x+c_2e^{2x}$ is the general solution of $y''-3y'+2y=0$, and find the particular solution for which $y(0)=-1$ and $y''(0)=1$.

অথবা / *Or*

যদি $y = x$, $(x^2+1)\,y'' - 2xy' + 2y = 0$ সমীকৰণৰ বিশেষ সমাধান হয় $y = x$, তেন্তে সমীকৰণটোৰ ক্ৰম হ্ৰাস কৰি বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান উলিওৱা।

If $y = x$ is a solution of $(x^2+1)\,y'' - 2xy' + 2y = 0$, find a linearly independent solution by reducing the order.

3. (a) n ক্ৰমৰ ধ্ৰুৱক সহগযুক্ত সমজাতীয় বৈখিক সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define linear homogeneous equation of nth order with constant coefficients.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x$ অৱকল সমীকৰণৰ পৰিপূৰক ফলন লিখা। 2

Write the complementary function of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x$$

(c) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* :

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = x^2 + 2x + 4$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$

(d) প্ৰাচলৰ ভেদ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Apply the method of variation of parameters to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = \tan x$$

4. (a) তলৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ক্ৰম আৰু ঘাত লিখা : 2

Write the order and degree of the following partial differential equation :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = 2x\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$$

(b) $y = f(x-at) + g(x+at)$ ৰ পৰা ইচ্ছাকৃত ফলন f আৰু g অপসাৰণ কৰা। 2

Eliminate the arbitrary functions f and g from $y = f(x-at) + g(x+at)$.

(c) লাগ্ৰাঞ্জৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* by Lagrange's method :

(i) $xzp + yzq = xy$

(ii) $(1+y)\,p + (1+x)\,q = z$

(d) চাৰপিটৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* by Charpit's method :

(i) $p^2 - y^2 q = y^2 - x^2$

(ii) $(p^2 + q^2)\,y = qz$

5. (a) দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান আকাৰ লিখা। 1

Write the general form of second-order partial differential equation.

(b) উপবৃত্তীয় দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ এটা উদাহৰণ দিয়া। 1

Write an example of elliptic second-order partial differential equation.

(c) তলৰ সমীকৰণৰ শ্ৰেণীবিভাজন কৰা :

Classify the following equations :

(i) $$(1-x^2)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2x\frac{\partial z}{\partial x} + 6x^2 y\frac{\partial z}{\partial y} - 6z = 0$$ 3

(ii) $$t\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial u}{\partial t} + 5\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$ 2

(iii) $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$ 2

★★★