Total No. of Printed Pages—12

1 SEM FYUGP GEC MTH 1 (A/B)

2023

(December)

MATHEMATICS

(Generic Elective Course)

Paper : GECMTH–1

Full Marks : 80

Pass Marks : 24

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Paper : GECMTH–1A

(Foundation in Mathematics—I)

1. *(a)* সংহতি $A = \{x : x$ এটা 30ৰ মৌলিক উৎপাদক$\}$ৰ মৌলসমূহ লিখা। 1

Write the elements of the set $A = \{x : x$ is a prime factor of $30\}$.

(b) $P \vee \sim P$ৰ সত্যতা মান লিখা, য'ত P এটা উক্তি। 1

Write the truth value of $P \vee \sim P$, where P is a statement.

(c) সমীকৰণ $x^2 - 5x + 6 = 0$ৰ মূলৰ সংহতিটো লিখা। 2

Write the solution set of the equation $x^2 - 5x + 6 = 0$.

(d) ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3, 4\}$ আৰু $B = \{2, 4, 5, 6\}$. $A \cap B$ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Let $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{2, 4, 5, 6\}$. Find $A \cap B$.

(e) সংহতি $\{x\}$ ৰ সকলোবোৰ উপসংহতি লিখা। 2

Write all the subsets of the set $\{x\}$.

(f) দ্বিচৰ্তৰ সত্যতা তালিকা লিখা। 3

Write truth table for biconditional.

(g) দেখুওৱা যে, যদি $A \cup B = A \cap B$, তেন্তে $A = B$. 4

Show that, if $A \cup B = A \cap B$, then $A = B$.

অথবা / Or

$P \vee \sim Q$ ৰ সত্যতা তালিকা গঠন কৰা, য'ত P আৰু Q দুটা উক্তি।

Construct the truth table for $P \vee \sim Q$, where P and Q are two statements.

2. (a) প্ৰত্যেক সম্বন্ধই এটা ফলন। সঁচা নে মিছা উল্লেখ কৰা। 1

Every relation is a function. State True or False.

(b) ধৰা হ'ল $A \times B = \{(p, q), (p, r)\}$. সংহতি A নিৰ্ণয় কৰা। 1

Let $A \times B = \{(p, q), (p, r)\}$. Find the set A.

(c) ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$. $A \times B$ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Let $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$. Find $A \times B$.

(d) ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 7, 9\}$. $A \times B$ ত থকা মৌলৰ সংখ্যা লিখা। 2

Let $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 7, 9\}$. Write the number of elements in $A \times B$.

(e) এটা ফলন f ক $f(x) = x + x^3$ ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাবদ্ধ কৰা হৈছে। $f(1)$ আৰু $f(-1)$ নিৰ্ণয় কৰা। 2

A function f is defined by $f(x) = x + x^3$. Find $f(1)$ and $f(-1)$.

(f) ফলন $f(x) = -|x|$ ৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the domain and range of the function $f(x) = -|x|$.

(g) ধৰা হ'ল $f(x) = x^2$ আৰু $g(x) = 2x$. $f(g(x))$ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Let $f(x) = x^2$ and $g(x) = 2x$. Find $f(g(x))$.

অথবা / Or

$f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x - 2}$ ৰ আদিক্ষেত্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the domain of $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + x - 2}$.

(h) দেখুওৱা যে $f : R \to R$, $f(x) = 3x$ ৰে সংজ্ঞাবদ্ধ এটা এক-একৈকী ফলন। 3

Show that $f : R \to R$, given by $f(x) = 3x$ is an one-one and onto function.

অথবা / *Or*

ধৰা হ'ল $f(x) = x^2$ আৰু $g(x) = \sin x$. $f \circ g\,(2)$ নিৰ্ণয় কৰা।

Let $f(x) = x^2$ and $g(x) = \sin x$. Find $f \circ g\,(2)$.

(i) ধৰা হ'ল $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$. ফলন f ৰ প্ৰতিলোম নিৰ্ণয় কৰা। 3

Let $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$. Find the inverse of the function f.

(j) দেখুওৱা যে বিয়োগ আৰু হৰণ Nত দ্বৈত সংক্ৰিয়া নহয়। 4

Show that subtraction and division are not binary operation on N.

3. (a) $\dfrac{d}{dx}(\cos x)$ ৰ মান লিখা। 1

Write the value of $\dfrac{d}{dx}(\cos x)$.

(b) $\int dx$ ৰ মান লিখা। 1

Write the value of $\int dx$.

(c) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, যদি $y = \sin 3x$. 2

Find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, if $y = \sin 3x$.

(d) $\int_2^3 \dfrac{dx}{x}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find $\int_2^3 \dfrac{dx}{x}$.

(e) মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটা) : 3

Evaluate (any *one*) :

(i) $\dfrac{d}{dx}(\sin x \cos x)$

(ii) $\dfrac{d}{dx}(\tan x - e^{x^2})$

(f) মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটা) : 3

Evaluate (any *one*) :

(i) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 5x + 6}$

(ii) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^{10} - 1}{x^8 - 1}$

(g) ফলন $f(x) = x+1$ ৰ $x = 1$ত অনবিচ্ছিন্নতা পৰীক্ষা কৰা। 3

Check the continuity of the function $f(x) = x+1$ at $x = 1$.

অথবা / *Or*

মান নিৰ্ণয় কৰা :

Evaluate :

$$\int x \sec^2 x^2 \, dx$$

(h) দেখুওৱা যে প্ৰত্যেক অৱকলনীয় ফলন অনবিচ্ছিন্ন। 5

Show that every differentiable function is continuous.

4. সমাধান কৰা (যি কোনো চাৰিটা) : 5×4=20

Solve (any *four*) :

(a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1+y^2}{1+x^2}$

(b) $\dfrac{dy}{dx} = (9x+y+1)^2$

(c) $(x^2+y^2)\,dy = xy\,dx$

(d) $x\dfrac{dy}{dx} + 2y = x^4$

(e) $\dfrac{dy}{dx} = x^3y^3 - xy$

(f) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 5\dfrac{dy}{dx} + 6y = 0$

Paper : GECMTH–1B

(History of Mathematics)

1. সঠিক বিকল্প বাছনী কৰা : 1×6=6

Choose the correct option :

(a) তলৰ কোনজন লেখকে 'অৰ্থশাস্ত্ৰ' লিখিছে?

Which of the following authors write *Arthashastra*?

(i) অশোক
Ashoka

(ii) পানীনি
Panini

(iii) কৌটিল্য
Kautilya

(iv) পতঞ্জলী
Patanjali

(b) প্ৰাচীন ভাৰতৰ দশমিক স্থান মূল্য ব্যৱস্থাত কিমান চিহ্ন আছে?

How many symbols are there in ancient India's decimal place value system?

(i) 5

(ii) 9

(iii) 10

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

(c) ইউক্লিডৰ *Elements* লিখিত কৰা হৈছে

Euclid's *Elements* is a work in

(i) ১২খন কিতাপত

12 books

(ii) ১৩খন কিতাপত

13 books

(iii) ১০খন কিতাপত

10 books

(iv) ১খন কিতাপত

1 book

(d) ইউক্লিড আছিল এজন প্ৰাচীন

Euclid was an ancient

(i) গ্ৰীক গণিতজ্ঞ

Greek mathematician

(ii) ইজিপ্তৰ গণিতজ্ঞ

Egypt mathematician

(iii) চাইনাৰ গণিতজ্ঞ

Chinese mathematician

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) তলৰ কোন জন লেখকে 'লীলাৱতী' লিখিছে?

Which of the following authors wrote *Lilavati*?

(i) ভাস্কৰাচাৰ্য

Bhaskaracharya

(ii) আৰ্যভট্ট

Aryabhatta

(iii) ব্ৰহ্মগুপ্ত

Brahmagupta

(iv) ওপৰৰ এজনো নহয়

None of them

(f) 'সহস্ৰ' শব্দৰ অৰ্থ কি?

What is the meaning of the term 'Sahasra'?

(i) এশ

Hundred

(ii) হাজাৰ

Thousand

(iii) দহ হাজাৰ

Ten thousand

(iv) এক লাখ

One lakh

2. তলৰ যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 8×3=24

Answer any *three* of the following questions :

(a) প্ৰাচীন ভাৰতীয় শিক্ষা ব্যৱস্থাত গণিতৰ ভূমিকা ব্যাখ্যা কৰা।

Explain the role of mathematics in the ancient Indian education system.

(b) প্ৰাচীন ভাৰতত ব্যৱহৃত সংখ্যা লিখাৰ পুৰণি পদ্ধতিৰ দ্বাৰা সংখ্যা লিখাৰ নতুন ব্যৱস্থাটো কেনেদৰে প্ৰভাৱিত হৈছে, সেই বিষয়ে বৰ্ণনা কৰা।

Describe how the new system of writing numbers is influenced by the old systems of writing numbers used in ancient India.

(c) এটা উদাহৰণেৰে যাদুৰ বৰ্গৰ বৰ্ণনা কৰা।

Describe magic square with an example.

(d) তলত দিয়া উক্তিটো ব্যাখ্যা কৰা :

"এটা বৃত্তক দুখন ধনু ক্ষেত্ৰত ভাগ কৰা পাছত, বৃত্তত দুয়োডাল কাঁড়ৰ গুণফল হ'ল বৃত্তটো ভাগ কৰা জ্যা ডালৰ দৈৰ্ঘ্যৰ আধাৰ বৰ্গ।"

Explain the following statement :

"In a circle, the product of both arrows is the square of the half-chord, certainly, for two bow fields."

3. তলৰ যি কোনো পাঁচটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 10×5=50

Answer any *five* of the following questions :

(a) হিন্দু গণিতৰ পৰিসৰ আৰু বিকাশৰ বিষয়ে বহলাই লিখা।

Write in detail about the scope and development of Hindu mathematics.

(b) প্ৰাচীন ভাৰতত সংখ্যাগত প্ৰতীকবাদৰ বিকাশৰ বিষয়ে বৰ্ণনা কৰা।

Describe the development of numerical symbolism in ancient India.

(c) হিন্দু সাহিত্যত স্থান মূল্য সংকেতৰ ব্যৱহাৰৰ বিষয়ে বৰ্ণনা কৰা।

Describe the use of place value notation in Hindu literature.

(d) প্ৰমাণ কৰা (পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যৰ ইউক্লিডৰ সংস্কৰণ) :

সমকোণীয় ত্ৰিভূজত অতিভূজৰ ওপৰত থকা বৰ্গটো বিপৰীত বাহুৰ ওপৰত থকা বৰ্গবোৰৰ যোগফলৰ সমান।

Prove (Euclid's version of the Pythagorean theorem) :

In right-angled triangle, the square on the hypotenuse is equal to the sum of the squares on the legs.

(e) প্ৰমাণ কৰা :

আৰ্কিমিডিছৰ অনুসাৰে π ৰ এটা উন্নত আনুমানিক মান $3\frac{1}{7}$.

Prove :

A standard approximation value for π is $3\frac{1}{7}$, according to Archimedes.

(f) গাণিতিক জ্ঞান ভাৰতলৈ আৰু ভাৰতৰ পৰা কেনেকৈ সঞ্চাৰিত হৈছে, সেই বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা।

Explain how mathematical knowledge is transmitted to and from India.

(g) প্ৰমাণ কৰা :

ৰৈখিক ডাইঅ'ফেন্টাইন সমীকৰণ $ax+by=c$ ৰ সমাধান থাকিব যদি আৰু যদিহে $d\,|\,c$ হয়, য'ত $d=\gcd(a, b)$. যদি (x_0, y_0) এই সমীকৰণটোৰ এটা বিশেষ সমাধান হয়, তেন্তে বাকী সকলো সমীকৰণবোৰ $x=x_0+\frac{b}{d}t$ আৰু $y=y_0-\frac{b}{d}t$ ৰ দ্বাৰা পাম, কিছুমান অখণ্ড সংখ্যা t ৰ বাবে।

Prove :

The linear Diophantine equation $ax+by=c$ has a solution if and only if $d\,|\,c$, where $d=\gcd(a, b)$. If (x_0, y_0) is any particular solution of this equation, then all other equations are given by $x=x_0+\frac{b}{d}t$ and $y=y_0-\frac{b}{d}t$, for some integer t.

★★★